

Optique – Contrôle continu 1 Interférences

Consignes : Durée 1h45, épreuve sans documents, avec calculatrice. Les exercices sont indépendants, et les différentes parties de l'exercice 2 sont largement indépendantes. La barème *approximatif* est indiqué pour chaque exercice.

- Lisez entièrement le sujet avant de commencer.
- Lisez plusieurs fois les questions : chaque mot a une signification.
- Écrivez toutes vos idées sur votre brouillon.

1 Interférences (3 points)

On considère une source monochromatique S de longueur d'onde λ . L'onde lumineuse issue de S peut arriver en M en suivant deux chemins distincts \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 (voir figure 1). On suppose que l'amplitude envoyée sur chaque chemin est égale à $\Psi_0/\sqrt{2}$.

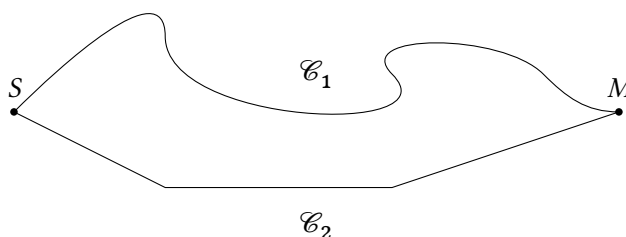


FIGURE 1 – Interférences à 2 ondes.

- 1 - 1** Exprimer l'amplitude complexe $\Psi_1(M)$ au point M de l'onde passant par le chemin \mathcal{C}_1 en fonction du chemin optique $(SM)_1$ et des paramètres donnés dans l'énoncé. Faire de même pour $\Psi_2(M)$.
- 1 - 2** En déduire l'expression de l'amplitude complexe totale au point M .
- 1 - 3** Calculer l'intensité totale au point M à partir de l'expression précédente. On notera $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$.

2 Film de savon (15 pt)

On plonge un cadre rectangulaire dans de l'eau savonneuse, et un mince film d'eau se forme entre les montants du cadre.

2.1 Film vertical

Dans un premier temps, on maintient le film de savon vertical. Sous l'effet de la gravité, l'eau s'accumule en bas, et l'épaisseur du film e varie donc avec l'altitude. On appelle α l'angle que forme un des cotés du film

avec la verticale (voir figure 2 (a)). On prendra $n = 4/3$ pour l'indice de l'eau savonneuse. On éclaire ce film avec une source monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 et sous une incidence normale par rapport à la deuxième membrane du film. Le schéma de la figure 2 (b) rassemble ces notations. On cherche à étudier la figure d'interférence obtenue.

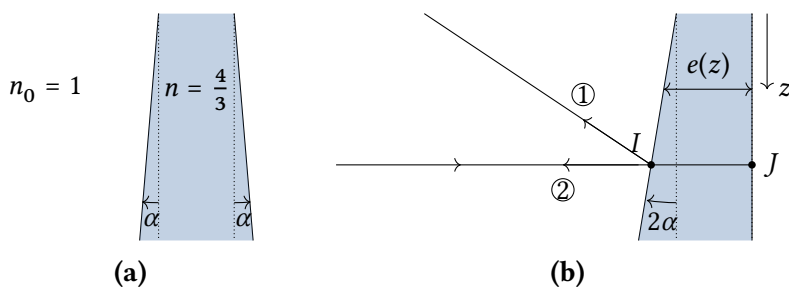


FIGURE 2 – (a) Film d'eau savonneuse vertical. L'angle α est très exagéré. Pour étudier les interférences sur le système, on se place dans le cas équivalent de la figure (b) (obtenu par simple rotation) et on s'intéresse à un rayon lumineux incident en I sur le film.

2 - 1 Le film mince d'eau savonneuse agit-il comme un dispositif interférentiel diviseur de front d'onde ou un diviseur d'amplitude ? À quel dispositif interférentiel étudié en cours ce système vous fait-il penser ?

2 - 2 Pour une incidence quasi-normale, les coefficients de réflexion et de transmission en intensité au passage d'un dioptré entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 sont donnés par :

$$R = \frac{(n_1 - n_2)^2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (2.1.1)$$

$$T = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (2.1.2)$$

En supposant que l'amplitude de l'onde source vaut $\Psi_0 = 1$, exprimer la valeur absolue de l'amplitude $|\Psi_1|$ de l'onde 1 réfléchi par le premier dioptré au point I . De même, déterminer $|\Psi_2|$ la valeur absolue de l'amplitude de l'onde 2, transmise en I , réfléchi en J et à nouveau transmise en I . Calculer $|\Psi_2|/|\Psi_1|$ et montrer que dans notre cas $|\Psi_1| \approx |\Psi_2|$. On prendra donc dans la suite $|\Psi_1| = |\Psi_2| = |\Psi'|$.

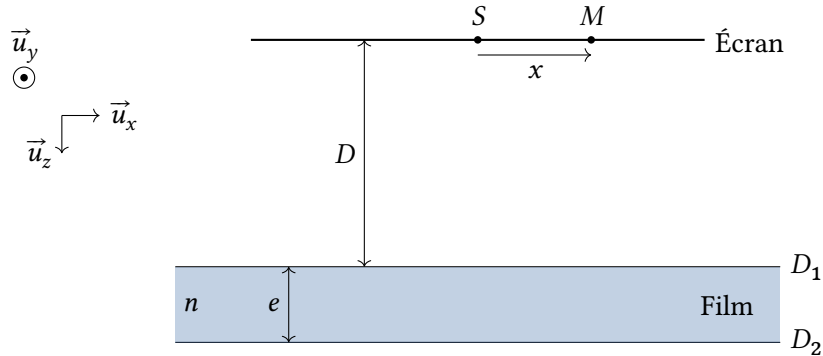
2 - 3 Déterminer la différence de marche δ entre l'onde réfléchi par le premier dioptré et celle réfléchi par le second dioptré en fonction de n et $e(z)$, puis en fonction de n , α et z , en considérant que α est très petit.

2 - 4 En déduire l'expression de la figure d'interférence obtenue. On notera $I' = \Psi'^2$. Quelle est la forme des interférences ?

2 - 5 Calculer l'interfrange i de la figure. Application numérique : on mesure expérimentalement un interfrange de $i = 10$ mm avec un laser hélium-néon rouge dont la longueur d'onde $\lambda_0 = 633$ nm. Calculer l'angle α et donner sa valeur en degrés. L'approximation des petits angles est-elle justifiée ?

2.2 Film horizontal

On place maintenant le film horizontalement, de sorte que l'épaisseur e est constante. On éclaire le film avec une lampe spectrale considérée comme ponctuelle, localisée en S à une distance D du film et émettant une longueur d'onde λ_0 . On place cette source au centre d'un écran positionné parallèlement au film.



2 - 6 Où sont positionnées les images des sources S_1 et S_2 par les dioptres D_1 et D_2 , considérés comme des miroirs semi-réfléchissants? Exprimer leurs coordonnées en fonction des données du problème. On n'oubliera pas que l'indice du film vaut n , ce qui revient à considérer que la longueur de propagation dans le film vaut ne et non pas e .

2 - 7 On considère un point M quelconque de l'écran dont les coordonnées sont $(x, y, 0)$. Exprimer les coordonnées des vecteurs \vec{S}_1M et \vec{S}_2M .

2 - 8 Exprimer *sans approximation* les longueurs S_1M et S_2M . On pourra utiliser la coordonnée polaire $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

2 - 9 On considère que $D \gg \rho$ et $D \gg e$ et on rappelle les développements limités au premier ordre en x suivants :

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{1+x} \approx 1 - x \quad (2.2.1)$$

En déduire l'expression approchée de S_1M et de S_2M , puis de la différence de marche $\delta = S_2M - S_1M$.

2 - 10 En déduire l'intensité lumineuse au point M . Quelle est la forme de la figure d'interférences?

2 - 11 Déterminer le rayon des franges lumineuses.

2.3 Source lorentzienne

La lampe spectrale utilisée n'est en fait pas strictement monochromatique, et sa densité spectrale est donnée par la relation :

$$dI = F(\omega) d\omega = \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \Delta\omega^2} d\omega \quad (2.3.1)$$

où ω est la pulsation de l'onde. Ce profil spectral est appelé *lorentzienne* et est rencontré très fréquemment dans les lampes à vapeurs hautes pressions.

2 - 12 Déterminer la largeur à mi-hauteur de la densité spectrale. Quelles sont les significations de ω_0 et $\Delta\omega$?

2 - 13 On regarde le centre de la figure d'interférence étudiée sur le film d'eau savonneuse horizontal. Si on utilisait une onde monochromatique d'intensité I_0 , l'intensité lumineuse vaudrait alors :

$$I = I_0[1 + \cos(2ne\omega/c)] \quad (2.3.2)$$

Exprimer l'intensité lumineuse $dI(\omega)$ pour une bande de pulsations $d\omega$ infinitésimale centrée en ω dans le cas de la source de densité spectrale lorentzienne.

2 - 14 Déterminer l'expression de l'intensité totale $I(e)$ en fonction des données du problème et des intégrales suivantes :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) d\omega \quad \text{et} \quad \hat{F}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{-i\omega x} d\omega \quad (2.3.3)$$

Quel est le sens physique de ces 2 intégrales ?

2 - 15 Sachant que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) d\omega = \frac{\pi}{\Delta\omega} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-iuy}}{u^2 + \Delta\omega^2} du = \frac{\pi}{\Delta\omega} e^{-\Delta\omega|y|} \quad (2.3.4)$$

déterminer l'expression de l'intensité totale $I(e)$ en fonction des données du problème et la mettre sous la forme :

$$I(e) = \alpha[1 + V(e) \cos(2ne\omega/c)] \quad (2.3.5)$$

où α et V sont à exprimer.

2 - 16 Dessiner l'allure de la courbe $I(e)$. À partir de quelle épaisseur de film e_0 la visibilité des franges a-t-elle diminué de moitié ? Faire l'application numérique pour une largeur spectrale typique $\Delta f = 70$ GHz. En déduire un ordre de grandeur de la longueur de cohérence de la source.

3 Mesure d'indice et interféromètre de Michelson (2 pt)

On utilise un interféromètre de Michelson en configuration coin d'air et en utilisant une lumière blanche. Au centre de l'écran, on observe une frange très brillante et des franges colorées de part et d'autre, les teintes de Newton.

3 - 1 Quelle est la valeur de la différence de marche δ au centre de l'écran ?

3 - 2 On introduit sur un des bras du Michelson une lame de verre d'indice n et d'épaisseur $e = 1$ mm. Montrer que la différence de marche additionnelle entre les deux bras vaut $2e(n - 1)$.

3 - 3 On retrouve les franges colorées et la frange brillante après avoir déplacé l'un des miroirs de 1,1 mm. En déduire la valeur de l'indice n de la lame de verre introduite.